

Oplæg om overlevelsesanalyse (og damer)

17. maj 2018

Mikkel Findinge

Institut for Matematiske Fag
Skjernvej 4A

Aalborg Universitet



AALBORG UNIVERSITY
DENMARK



Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

1 Hvad er overlevelsesanalyse?

Primære
funktioner

Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

► "Hvad undersøger man i overlevelsesanalyse?"

Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

1 Hvad er overlevelsesanalyse?

Primære
funktioner

Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

- ▶ "Hvad undersøger man i overlevelsesanalyse?"
 - Hvad er sandsynligheden for 'at overleve' et givent tidspunkt:

Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

1 Hvad er overlevelsesanalyse?

Primære
funktioner

Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

- ▶ "Hvad undersøger man i overlevelsesanalyse?"
 - Hvad er sandsynligheden for 'at overleve' et givent tidspunkt:
 - Holder lyspærer længere end tid t .

- ▶ "Hvad undersøger man i overlevelsesanalyse?"
 - Hvad er sandsynligheden for 'at overleve' et givent tidspunkt:
 - Holder lyspærer længere end tid t .
 - Overlever en patient med sygdom længere end tid t .

- ▶ "Hvad undersøger man i overlevelsesanalyse?"
 - Hvad er sandsynligheden for 'at overleve' et givent tidspunkt:
 - Holder lyspærer længere end tid t .
 - Overlever en patient med sygdom længere end tid t .
 - En kvinde undgår at blive scoret af Mikkel inden t .

Overlevelses- og hazard-funktionen



Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevel-
sesanalyse?

2 Primære
funktioner

Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

Definition (Overlevelsesfunktionen)

Funktionen, $S: \mathbb{R}_+ \rightarrow [0, 1]$, givet ved

$$S(x) = P(X > x)$$

kaldes overlevelsesfunktionen.

Definition (Hazard-funktionen)

Hazard-funktionen, $h(\cdot)$, er defineret ved

$$h(x) = \lim_{dx \rightarrow 0} \frac{P[x \leq X < x + dx \mid X \geq x]}{dx}$$

kaldes overlevelsesfunktionen.

Overlevelses- og hazard-funktionen



Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevelsesanalyse?

3 Primære
funktioner

Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

Lemma

Lad X være en kontinuert stokastisk variabel. Da gælder

$$S(x) = \exp \left(- \int_0^x h(u) du \right).$$

Da $h(\cdot) > 0$, er $S(x)$ altid aftagende.

Differentiering ifht. andre genre?



Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevelsesanalyse?

Primære
funktioner

4 Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

Differentiering ifht. andre genre?



Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevelsesanalyse?

Primære
funktioner

5 Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

Differentiering ifht. andre genre?



Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevel-
sesanalyse?

Primære
funktioner

6 Hvordan
differentierer sig

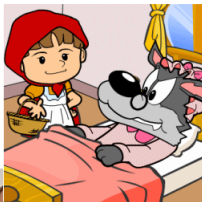
Likelihood-
funktioner

Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

Differentiering ifht. andre genre?



Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevel-
sesanalyse?

Primære
funktioner

7 Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

Differentiering ifht. andre genre?



Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevelsesanalyse?

Primære
funktioner

8 Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

Differentiering ifht. andre genre?



Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevelsesanalyse?

Primære
funktioner

9 Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning



Introduceres proportional hazard-model, parametrisk model (beskriv score-sandsynligheder med højde, vægt, hår-/øjenfarve etc.):

$$h(t \mid \mathbf{z}) = h_0(t) \exp(\mathbf{z}^\top \boldsymbol{\beta}).$$

Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevelsesanalyse?

Primære
funktioner

Hvordan
differentierer sig

10 **Likelihood-funktioner**

Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

Introduceres proportional hazard-model, parametrisk model (beskriv score-sandsynligheder med højde, vægt, hår-/øjenfarve etc.):

$$h(t \mid \mathbf{z}) = h_0(t) \exp(\mathbf{z}^\top \boldsymbol{\beta}).$$

Dette giver den appetitlige likelihood-funktion

$$L(\boldsymbol{\beta}) = \prod_{i=1}^n (h_0(t_i) \exp(\mathbf{z}_i^\top \boldsymbol{\beta}))^{\delta_i} \exp \left(\exp(\mathbf{z}_i^\top \boldsymbol{\beta}) \int_0^{t_i} h_0(u) du \right).$$

Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevel-
sesanalyse?

Primære
funktioner

Hvordan
differentierer sig

10 Likelihood-
funktioner

Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

Cox partielle likelihood-funktion



$$L(\beta) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{\exp(\mathbf{z}_i^\top \beta)}{\sum_{j \in R(t_i)} \exp(\mathbf{z}_j^\top \beta)} \right).$$

Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevelsesanalyse?

Primære
funktioner

Hvordan
differentierer sig

11 Likelihood-
funktioner

Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

Data for scoringer



Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevel-
sesanalyse?

Primære
funktioner

Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

12 Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

	← →	📄	🔍 Filter				
	▲	tid	status	Højde	Alder	Niveau	Scorereplik
1		3.645049e+01	0	163	25	3	0
2		3.732698e+00	1	172	24	1	0
3		1.784055e+00	1	177	30	1	0
4		2.147422e+00	1	156	43	1	0
5		4.133025e+00	1	173	19	1	0
6		5.617450e-07	1	174	36	1	1

Heste Katte Vegetar
Ligner din søster

Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevelsesanalyse?

Primære
funktioner

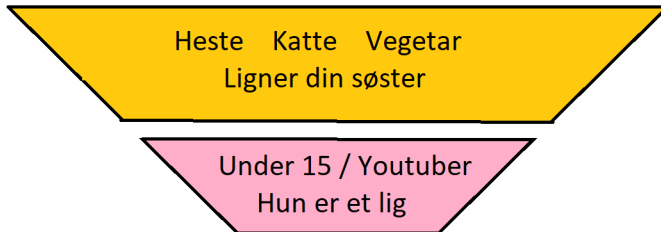
Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

13 Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning



Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevelsesanalyse?

Primære
funktioner

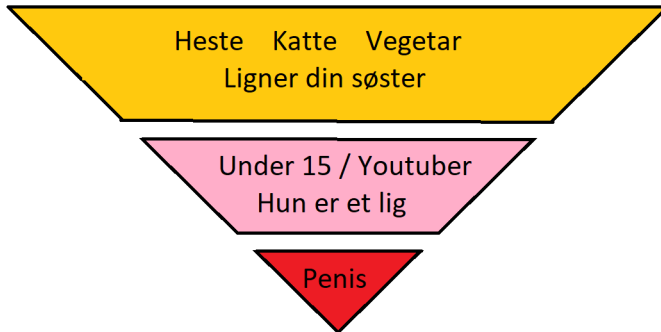
Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

14 Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning



Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevelsesanalyse?

Primære
funktioner

Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

15 Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

Tilpasning af Cox proportional hazard-model



```
> library(survival)
> coxph(Surv(tid,status)~Højde+Alder+Niveau+Scorereplik, data=df)
Call:
coxph(formula = Surv(tid, status) ~ Højde + Alder + Niveau +
      Scorereplik, data = df)
```

	coef	exp(coef)	se(coef)	z	p
Højde	-1.26e-03	9.99e-01	6.35e-03	-0.20	0.84
Alder	-7.51e-03	9.93e-01	4.71e-03	-1.59	0.11
Niveau2	-5.40e+00	4.50e-03	3.80e-01	-14.20	<2e-16
Niveau3	-2.51e+01	1.32e-11	8.12e+02	-0.03	0.98
Scorereplik	2.69e+01	4.89e+11	8.12e+02	0.03	0.97

```
Likelihood ratio test=2008 on 5 df, p=0
n= 1000, number of events= 675
```

Højde = -0.001, Alder = -0.008

Niveau2 = -5.40, Niveau3 = -25.05

Scorereplik = 26.92

Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevelsesanalyse?

Primære
funktioner

Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

16 Data og
modeltilpasning

Mit speciale

Afsluttende
bemærkning

Institut for Matematiske Fag
Skjernvej 4A
Aalborg Universitet

Fra proportional hazard-model

$$h(t \mid \mathbf{z}) = h_0(t) \exp(\mathbf{z}^\top \boldsymbol{\beta})$$

til den delte frailty-model på formen

$$h(t \mid \mathbf{z}_{ij}) = W_i h_0(t) \exp(\mathbf{z}_{ij}^\top \boldsymbol{\beta}),$$

hvor W_i er stokastisk for $i = 1, \dots, n$. Her er n antallet af grupper (byer, familier ect.).

Afsluttende bemærkning



Oplæg om
overlevelsesanalyse
(og damer)

Mikkel Findinge

Hvad er overlevelsesanalyse?

Primære
funktioner

Hvordan
differentierer sig

Likelihood-
funktioner

Data og
modeltilpasning

Mit speciale

18 Afsluttende
bemærkning

“Hvis du er et approksimerende Taylor polynomium, er jeg restleddet, du mangler i dig.”

“Hvis verden var en pivotsøjle, var du den eneste 1'er blandt en masse 0'er.”

“Du er basis til mit hjerte, for du udgør alt!”

“Min kærlighed til dig er som en divergerende sum, den kender ingen ende.”

- Mikkel Findinge, 2014